

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS

Para multiplicar **dos números complejos en forma binómica** se debe aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma (o resta).

$$(a + bi) \cdot (c + di) = ac + adi + cbi + bdi^2$$

Como $i^2 = -1$, resulta que

$$= ac + adi + cbi - bd$$

Sacamos factor común i , entonces

$$= ac - bd + (ad + cb)i$$

Veamos un ejemplo:

$$\begin{aligned} (4 + 5i) \cdot (-2 + 6i) &= 4 \cdot (-2) + 4 \cdot 6i + 5i \cdot (-2) + 5i \cdot 6i \\ &= -8 + 24i - 10i + 30i^2 \\ &= -8 + 24i - 10i - 30 \\ &= -38 + 14i \end{aligned}$$

Producto de complejos conjugados

El producto de dos números complejos conjugados es igual a la suma de los cuadrados de la parte real e imaginaria.

$$z \cdot \bar{z} = (a + bi) \cdot (a - bi) \Rightarrow z \cdot \bar{z} = a^2 - (bi)^2$$

$$\Rightarrow z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2 \cdot i^2$$

$$\Rightarrow z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2 \cdot (-1)$$

$$\Rightarrow z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$$

Veamos dos ejemplos:

Sean $z_1 = 5 + 6i$ y su conjugado $\bar{z}_1 = 5 - 6i$, resolver $z_1 \cdot \bar{z}_1$

$$\begin{aligned} (5 + 6i) \cdot (5 - 6i) &= 5^2 + 6^2 \\ &= 25 + 36 \\ &= \mathbf{61} \end{aligned}$$

Sean $z_2 = -3 - 4i$ y su conjugado $\bar{z}_2 = -3 + 4i$, resolver $z_2 \cdot \bar{z}_2$

$$\begin{aligned} (-3 - 4i) \cdot (-3 + 4i) &= (-3)^2 + 4^2 \\ &= 9 + 16 \\ &= \mathbf{25} \end{aligned}$$

Actividad 1: Resolver las siguientes multiplicaciones.

a. $(-2 + 3i) \cdot (-2 - 3i) =$

b. $(4 - 5i) \cdot (-2 - i) =$

c. $(\sqrt{7} + \sqrt{5}i) \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{5}i) =$

d. $\left(5; \frac{3}{2}\right) \cdot \left(4; \frac{1}{3}\right) =$

e. $(\sqrt{2}; -1) \cdot (1; \sqrt{2}) =$

f. $(\sqrt{3}; \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}; \sqrt{2}) =$

Actividad 2: Completar la siguiente tabla.

z	\bar{z}	$z \cdot \bar{z}$
$2 + 6i$		
	$-1 + i$	
$5i$		
	$-3 - 4i$	
$1 - 2i$		