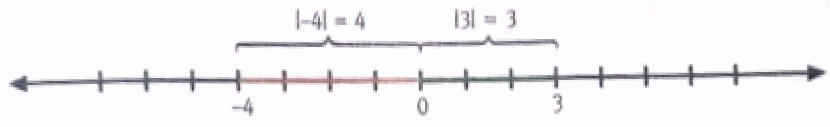
Módulo de un número real

El **módulo** o **valor absoluto** de un número real es su distancia al cero sobre la recta real. Para todo número real x, su módulo se expresa: $|x|$

$$|x| = \begin{cases} x & si\ x \geq 0 \\ -x & si\ x < 0 \end{cases}$$

Referencias
∀: para todo
⇒: entonces
⇔: si y solo si
∪: unión
∧: y
∨: o
≠: es distinto a



$|-4| = -(-4) = 4$ $\qquad$ $|3| = 3$

Propiedades del módulo

1. $|x| \geq 0$

$|-7| = -(-7) = 7 \geq 0$

$\left|-\frac{1}{3}\right| = -\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} \geq 0$

2. $|x| = |-x|$

$|1| = |-1|$
$1 = -(-1)$
$1 = 1$

$\left|-\frac{3}{7}\right| = \left|\frac{3}{7}\right|$
$-\left(-\frac{3}{7}\right) = \frac{3}{7}$
$\frac{3}{7} = \frac{3}{7}$

3. $|x + y| \leq |x| + |y|$

$|2 + (-2,5)| \leq |2| + |-2,5|$
$|-0,5| \leq 2 + 2,5$
$0,5 \leq 4,5$

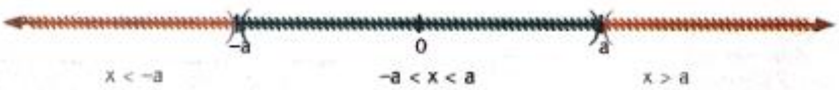
$|-7,5 + (-9,3)| \leq |-7,5| + |-9,3|$
$|-16,8| \leq 7,5 + 9,3$
$16,8 \leq 16,8$

4. $|x \,.\, y| = |x| \,.\, |y|$

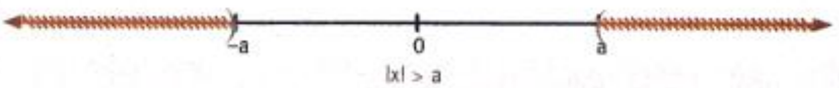
$|-3 \,.\, 2| = |-3| \,.\, |2|$
$|-6| = 3 \,.\, 2$
$6 = 6$

$\left|\frac{5}{4} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)\right| = \left|\frac{5}{4}\right| \cdot \left|-\frac{3}{2}\right|$
$\left|-\frac{15}{8}\right| = \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2}$
$\frac{15}{8} = \frac{15}{8}$

Para entender mejor las propiedades que siguen, se representan los siguientes intervalos reales.



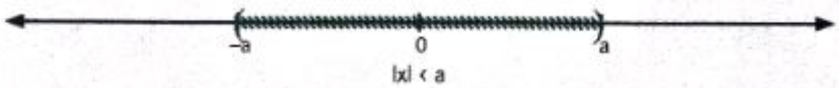
5. $|x| > a \wedge a > 0 \Rightarrow x < -a \vee x > a \Rightarrow x \in (-\infty;-a) \cup (a;+\infty)$



$|x| > 2$
$x > 2 \vee x < -2 \Rightarrow x \in (-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$

$|x| \geq 3,7$
$x \geq 3,7 \vee x \leq -3,7 \Rightarrow x \in (-\infty;-3,7] \cup [3,7;+\infty)$

6. $|x| < a \wedge a > 0 \Rightarrow -a < x < a \Rightarrow x \in (-a;a)$



$|x| < 1,5$
$-1,5 < x < 1,5 \Rightarrow x \in (-1,5;1,5)$

$|x| \leq \frac{4}{7}$
$-\frac{4}{7} \leq x \leq \frac{4}{7} \Rightarrow x \in \left[-\frac{4}{7};\frac{4}{7}\right]$

Actividad 1: Responder y explicar las respuestas.

a) ¿Para qué valores de x se cumple que $|x| = -2$?

…….…

b) ¿Es cierto que $|-a \cdot b| = |a \cdot b|$?

……

Actividad 2: Calcular los siguientes módulos.

a) $|-\sqrt{2}| =$ ……………………………..…

b) $|-2 + \pi| =$…………………………..…

c) Si $a > 0, |-a| =$…………………………………

d) Si $a < 0, |2a + 3a| =$…………………..............

Actividad 3: Completar con $>, <$ o $=$ según corresponda en cada caso.

a. $|-\pi| \square |\pi|$

b. $|7 + (-2)| \square |-7| + |-2|$

c. $|\sqrt{2} \,.\, \sqrt{2}| \square |2|$

d. $\left|-\frac{1}{4} - \frac{3}{4}\right| \square \left|-\frac{1}{4}\right| + \left|-\frac{3}{4}\right|$

e. $|1{,}2 - (-3)| \square |1{,}2| - 3$

f. Si $a < 0$, $|a| \square |3a|$

g. Si $a = 0$ y $b > 0$, $|a + b| \square |a + (-b)|$

h. Si $a > 0$, $\left|\frac{1}{2}a - a\right| \square \left|\frac{1}{2}a + a\right|$

Actividad 4: Expresar los valores que pueden tomar las variables. Luego, representarlos en una recta numérica.

a. $|x| = \sqrt[3]{4}$ ______________________

b. $|a| - 3 = 1$ ______________________

c. $2 \,.\, |x| - 2 = 6$ ______________________

d. $|x| \geq 4$ ______________________

e. $|m| - 3 < \sqrt{2}$ ______________________

f. $|y| = -7$ ______________________

g. $3 \,.\, |h| - 1 < 0$ ______________________

h. $\frac{1}{2} \,.\, |x| - 4 \geq 2$ ______________________

Actividad 5: Marcar con una X los valores que puede tomar la variable en cada caso.

a. $2 \,.\, |x| > 4 \wedge x \neq 8$

- ○ $x \in (-2;2) - \{8\}$
- ○ $x \in (-\infty;-2) \cup (2;+\infty) - \{8\}$
- ○ $x \in (-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$

b. $x \leq 0 \wedge |x| < 2$

- ○ $x \in (-2;0]$
- ○ $x \in [0;2)$
- ○ $x \in (-2;2) - \{0\}$

c. $|x| = 2 \wedge x > 0$

- ○ $x = 2$
- ○ $x \in (0;2]$
- ○ $x \in [-2;0)$