

NÚMEROS COMPLEJOS (PARTE 2)

Anteriormente vimos que todo número real puede considerarse como número complejo con parte imaginaria cero: $a + 0i = a$. Es decir que el conjunto de los números reales es un subconjunto de los números complejos: $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

CONJUGADO DE UN NÚMERO COMPLEJO

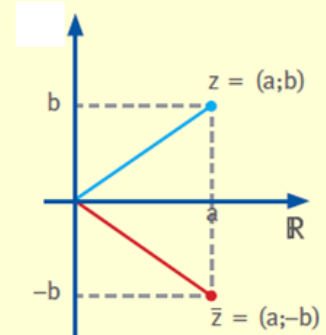
Dado un complejo z , se define como su **conjugado** \bar{z} al complejo que tiene su parte real igual y su parte imaginaria opuesta.

$$z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$$

Un complejo y su conjugado son simétricos respecto del eje x .

$$z_1 = 4 + 2i \Rightarrow \bar{z}_1 = 4 - 2i \quad z_2 = 1 - 5i \Rightarrow \bar{z}_2 = 1 + 5i$$

$$z_3 = -11i \Rightarrow \bar{z}_3 = 11i \quad z_4 = -3 \Rightarrow \bar{z}_4 = -3$$



En \mathbb{C} , también podemos realizar las operaciones elementales. Consideremos los números complejos z_1 y z_2 :

- Suma: $z_1 + z_2$
- Resta: $z_1 - z_2$
- Multiplicación: $z_1 \cdot z_2$
- División: $z_1 : z_2$

Veamos que sucede con la unidad imaginaria y las potencias:

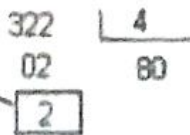
- $i^0 = 1$
- $i^2 = -1$ (por definición de la unidad imaginaria)
- $i^3 = i^2 \cdot i = -1 \cdot i = -i$
- $i^4 = i^2 \cdot i^2 = -1 \cdot (-1) = 1$
- $i^5 = i^2 \cdot i^2 \cdot i = -1 \cdot (-1) \cdot i = i$
- Etc.

☆ Regla para elevar (i) a cualquier potencia \Rightarrow

Hay que dividir la potencia de i por 4, y luego elevamos la i al resto de la división:

Ejemplo: $i^{322} = i^{\text{resto de la división}} = i^{\boxed{2}} = -1$

Siempre hay que dividir por 4. Y queda siempre i elevada a lo que nos dio el resto de la división.



OBSERVACIÓN: Notar que siempre dividimos por 4 porque $i^4 = 1$.

Actividad 1: Hallar el conjugado de cada uno de los siguientes números.

a) $z_1 = 2 + 3i$ \longrightarrow $\bar{z}_1 =$

b) $z_2 = -4 - 5i$ \longrightarrow $\bar{z}_2 =$

c) $z_3 = \frac{1}{2}i + 5$ \longrightarrow $\bar{z}_3 =$

d) $z_4 = -\frac{3}{4} - \frac{3}{2}i$ \longrightarrow $\bar{z}_4 =$

e) $z_5 = -6i$ \longrightarrow $\bar{z}_5 =$

Actividad 2: Representar los números complejos y sus conjugados.

Actividad 3: Calcular.

a) $i^{24} =$

b) $i^{71} =$

c) $i^{65} =$

d) $i^{134} =$

e) $i^{457} =$