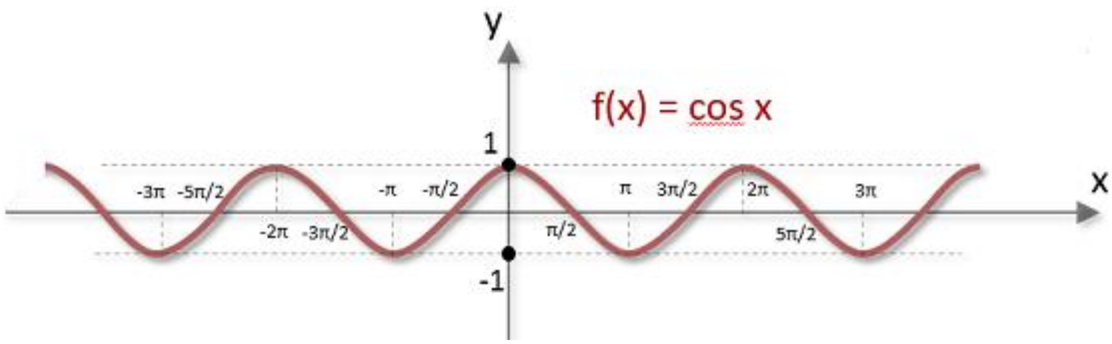
FUNCIÓN COSENO

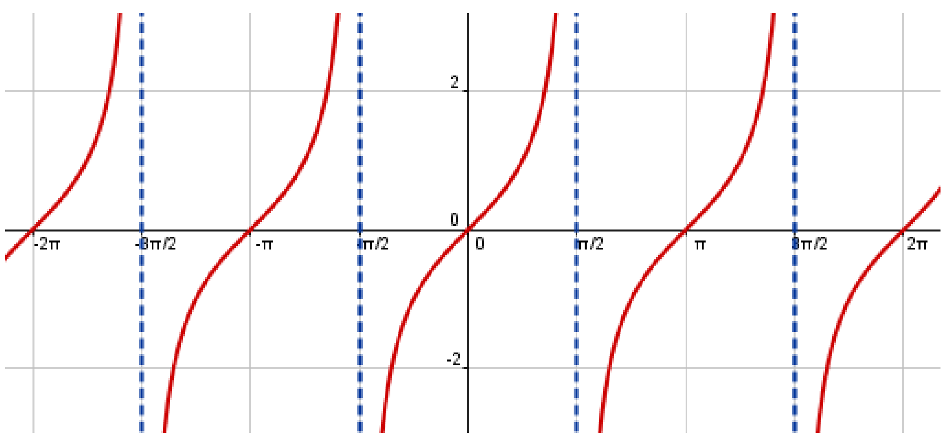
La función coseno tiene por dominio todo $\mathbb{R}$ y por imagen el intervalo $[-1; 1]$. Veamos su gráfica y algunas propiedades:



- El coseno siempre es menor o igual que 1 y mayor o igual que -1.
- Es una función periódica de período 2π, $\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$.
- Es una función par, es decir, $\cos(-x) = \cos(x)$.
- Es decreciente en $[0; \pi]$.
- Es creciente en $[\pi; 2\pi]$.

FUNCIÓN TANGENTE

La función tangente tiene por dominio $\mathbb{R} - \left\{k\,\frac{\pi}{2}\right\}$ con $k \in \mathbb{Z}$ y por imagen todo $\mathbb{R}$.



- La tangente es una función no acotada.
- Es una función periódica de período π, $tg(x + \pi) = tg(x)$.
- Es una función impar, es decir, $tg(-x) = -tg(x)$.
- Es creciente en su dominio.
- No está definida en $x = k\,\frac{\pi}{2}$, donde k es cualquier número entero.

Transformaciones de la función coseno

Para cada caso realiza los gráficos de las funciones obtenidas a partir de modificaciones de $f(x) = Acos(Bx + C) + D$, completa las tablas e indica los cambios observados:

a) La función $f(x) = Acos(x)$

Función	A	Conjunto Imagen
$f(x) = cos(x)$	1	$[-1; 1]$
$g(x) = 3cos(x)$	3	$[-3; 3]$
$h(x) = \frac{1}{2}cos(x)$	$\frac{1}{2}$	$\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$
$j(x) = -2cos(x)$	-2	$[-2; 2]$

b) La función $f(x) = cos(Bx)$

Función	B	Período (T) $\left(T = \frac{2\pi}{\lvert B \rvert}\right)$
$f(x) = cos(x)$	1	2π
$g(x) = cos(2x)$	2	π
$h(x) = cos\left(\frac{1}{2}x\right)$	$\frac{1}{2}$	4π

c) La función $f(x) = cos(x + C)$

Función	C	Ángulo de fase φ $\left(\text{si } b \neq 1 \Rightarrow \varphi = -\frac{C}{B}\right)$
$f(x) = cos(x)$	0	$\varphi = 0$
$g(x) = cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$	$-\frac{\pi}{4}$	$\varphi = \frac{\pi}{4}$
$h(x) = cos\left(x + \frac{3}{2}\pi\right)$	$\frac{3}{2}\pi$	$\varphi = -\frac{3}{2}\pi$

d) La función $f(x) = cos(x) + D$

Función	D	Conjunto Imagen
$f(x) = cos(x)$	0	$[-1; 1]$
$g(x) = cos(x) + 2$	2	$[1; 3]$
$h(x) = cos(x) - 1$	-1	$[-2;\ 0]$

Conclusiones

1° tabla: $f(x) = Acos(x)$

- El parámetro A determina la **amplitud** de la onda y no afecta al período, que en esta función es 2π.

2° tabla: $f(x) = cos(Bx)$

- El parámetro B determina el **período** (duración del ciclo) de la función sin modificar la amplitud de la onda. Cuanto mayor es $|B|$, menor el período. El valor absoluto de B indica la cantidad de ondas que hay en el intervalo de longitud 2π, y se llama **frecuencia**. En la función $f(x) = cos(x)$, hay una onda; en $g(x) = cos(2x)$ hay dos ondas y en $h(x) = cos\left(\frac{1}{2}x\right)$ hay media onda.

  Por lo tanto, el período T de cada función puede calcularse: $\boxed{T = \frac{2\pi}{|B|}}$

3° tabla: $f(x) = cos(x + C)$

- El ángulo de fase φ, indica el desplazamiento horizontal de la función. Es el valor donde comienza el ciclo que comenzaba en 0 en la función $cos(x)$, ya que $\boldsymbol{f(-c) = cos(-c + c) = cos(0) = f(0)}$.
  Si $\boldsymbol{b \neq 1}$, el ángulo de fase es igual a $\boldsymbol{-\frac{c}{b}}$

4° tabla: $f(x) = sen(x) + D$

- El desplazamiento vertical está indicado por el parámetro D, hacia arriba si $D > 0$, hacia abajo si $D < 0$.

Actividades:

1. Halla los ceros de la función $f(x) = cos(x)$ que pertenezcan al intervalo $[-4\pi; 0]$.
2. Analizá cada afirmación e indica si es Verdadera o Falsa:
   a) La función $f(x) = cos(x)$ tiene exactamente un cero en $[2\pi;\ 3\pi]$.
   b) En $[0;\ 4\pi]$ existen sólo dos valores del dominio de $f(x) = cos(x)$, en los que la función alcanza el máximo.
   c) En $[0; 4\pi]$ existen sólo dos valores del dominio de $f(x) = cos(x)$, en los que la función alcanza el mínimo.
   d) La función $f(x) = cos(x)$ es decreciente en $[\pi; 2\pi]$
3. Completar la siguiente tabla:

Función	Amplitud	Período	Ángulo de fase
$f(x) = cos(2x)$			
$f(x) = -2cos(x)$			
$f(x) = 3cos\left(\frac{1}{2}x\right)$			
$f(x) = \frac{3}{2}cos\left(x + \frac{\pi}{5}\right)$			
$f(x) = -cos(3x - \pi) + 2$			
$f(x) = 2cos(4x) - 3$			

4. Realizar un gráfico aproximado de la función $f(x) = 2 + cos(-\pi + x)$ en el intervalo $[-\frac{1}{2}\pi; 2\pi]$.