Transformaciones de la función seno

Para cada caso realiza los gráficos de las funciones obtenidas a partir de modificaciones de $f(x) = Asen(Bx + C) + D$, completa las tablas e indica los cambios observados:

a) La función $f(x) = Asen(x)$

Función	A	Conjunto Imagen
$f(x) = sen(x)$	1	$[-1; 1]$
$g(x) = 2sen(x)$	2	$[-2; 2]$
$h(x) = \frac{1}{2}sen(x)$	$\frac{1}{2}$	$\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$
$j(x) = -3sen(x)$	-3	$[-3; 3]$

b) La función $f(x) = sen(Bx)$

Función	B	Período (T) $\left(T = \frac{2\pi}{\lvert B\rvert}\right)$
$f(x) = sen(x)$	1	2π
$g(x) = sen(2x)$	2	π
$h(x) = sen\left(\frac{1}{2}x\right)$	$\frac{1}{2}$	4π

c) La función $f(x) = sen(x + C)$

Función	C	Ángulo de fase φ $\left(\text{si } b \neq 1 \Rightarrow \varphi = -\frac{C}{B}\right)$
$f(x) = sen(x)$	0	$\varphi = 0$
$g(x) = sen\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$	$-\frac{\pi}{2}$	$\varphi = \frac{\pi}{2}$
$h(x) = sen\left(x + \frac{3}{4}\pi\right)$	$\frac{3}{4}\pi$	$\varphi = -\frac{3}{4}\pi$

d) La función $f(x) = sen(x) + D$

Función	D	Conjunto Imagen
$f(x) = sen(x)$	0	$[-1; 1]$
$g(x) = sen(x) + 1$	1	$[0; 2]$
$h(x) = sen(x) - 2$	-2	$[-3; -1]$

Conclusiones

1° tabla: $f(x) = Asen(x)$

- El parámetro A determina la **amplitud** de la onda y no afecta al período, que en esta función es 2π.

2° tabla: $f(x) = sen(Bx)$

- El parámetro B determina el **período** (duración del ciclo) de la función sin modificar la amplitud de la onda. Cuanto mayor es $|B|$, menor el período. El valor absoluto de B indica la cantidad de ondas que hay en el intervalo de longitud 2π, y se llama **frecuencia**. En la función $f(x) = sen(x)$, hay una onda; en $g(x) = sen(2x)$ hay dos ondas y en $h(x) = sen\left(\frac{1}{2}x\right)$ hay media onda.

  Por lo tanto, el período T de cada función puede calcularse: $\boxed{T = \frac{2\pi}{|B|}}$

3° tabla: $f(x) = sen(x + C)$

- El ángulo de fase φ, indica el desplazamiento horizontal de la función. Es el valor donde comienza el ciclo que comenzaba en 0 en la función $sen(x)$, ya que $\boldsymbol{f(-c) = sen(-c + c) = sen\ (0) = 0.}$

4° tabla: $f(x) = sen(x) + D$

- El desplazamiento vertical está indicado por el parámetro D, hacia arriba si $D > 0$, hacia abajo si $D < 0$.

Actividades:

1. Halla los ceros de la función $f(x) = sen(x)$ que pertenezcan al intervalo $[-2\pi; 3\pi]$.
2. Analizá cada afirmación e indica si es Verdadera o Falsa:
   a) La función $f(x) = sen(x)$ es creciente en $\left[-3\pi; -\frac{5}{2}\pi\right]$.
   b) La función $f(x) = sen(x)$ es negativa en $[-2\pi; -\pi]$.
   c) En $[0; 6\pi]$ existen sólo tres valores del dominio de $f(x) = sen(x)$, en los que la función alcanza el máximo.
   d) En $[0; 6\pi]$ existen sólo tres valores del dominio de $f(x) = sen(x)$, en los que la función alcanza el mínimo.
   e) $f(x) = sen(4x + \pi)$ tiene por ángulo de fase a π.
3. Completar la siguiente tabla:

Función	Amplitud	Período	Ángulo de fase
$\boldsymbol{f(x) = sen(4x)}$			
$\boldsymbol{f(x) = -4sen(x)}$			
$\boldsymbol{f(x) = 2sen\left(\frac{1}{4}x\right)}$			
$\boldsymbol{f(x) = sen\left(\frac{1}{3}x - \frac{\pi}{4}\right)}$			
$\boldsymbol{f(x) = -sen(4x - \pi) + 2}$			
$\boldsymbol{f(x) = 4sen(2x) - 3}$			

4. Realizar un gráfico aproximado de la función $f(x) = -2sen\left(x + \frac{3}{4}\pi\right)$ en el intervalo $[-\frac{1}{2}\pi; 2\pi]$