MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE RADICALES

Para efectuar cualquier **multiplicación** o **división** de radicales, estos deben tener el mismo índice.

La operatoria con radicales cumple con las siguientes propiedades:

- Propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma y resta.

$$\boxed{a\,.\,(b \pm c) = (b \pm c)\,.\,a = ab \pm ac}$$

Ejemplo: $\sqrt{3}\,.\left(\sqrt{3}+\sqrt{27}\right) = \sqrt{3}\,.\sqrt{3} + \sqrt{3}\,.\sqrt{27} = \sqrt{9} + \sqrt{81} = 3 + 9 = 12$

- Propiedad distributiva de la división respecto de la suma y resta.

$$\boxed{(b \pm c) : a = b : a \pm c : a}$$

Ejemplo: $\left(\sqrt{125} - \sqrt{20}\right) : \sqrt{5} = \sqrt{125} : \sqrt{5} - \sqrt{20} : \sqrt{5} = \sqrt{25} - \sqrt{4} = 5 - 2 = 3$

- Cuadrado de un binomio.

$$\boxed{(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2}$$

Ejemplo: $\left(\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2 - 2.\sqrt{2}.\sqrt{3} + \left(\sqrt{3}\right)^2 = 2 - 2.\sqrt{6} + 3 = 5 - 2.\sqrt{6}$

- Diferencia de cuadrados.

$$\boxed{(a + b)\,.\,(a - b) = a^2 - b^2}$$

Ejemplo: $\left(\sqrt{10} + \sqrt{7}\right).\left(\sqrt{10} - \sqrt{7}\right) = \left(\sqrt{10}\right)^2 - \left(\sqrt{7}\right)^2 = 10 - 7 = 3$

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE RADICALES DE DISTINTO ÍNDICE

Para que los índices de dos o más radicales sean iguales, se debe calcular el mcm de los índices de los radicales dados, obteniéndose así el **mínimo común índice.**

Ejemplo: $\sqrt[4]{a^2}$ y $\sqrt[6]{x} \longrightarrow$ mcm(4;6) = 12, ambos radicales deben tener índice 12.

$\sqrt[4]{a^2} = \sqrt[4.3]{a^{2.3}} = \sqrt[12]{a^6}$ y $\sqrt[6]{x} = \sqrt[6.2]{x^{1.2}} = \sqrt[12]{x^2}$

Para multiplicar o dividir **radicales de distinto índice,** se los debe reducir a mínimo común índice y luego aplicar las propiedades recíprocas de las distributivas de la radicación respecto de la multiplicación y división.

$$\sqrt[n]{a}\,.\sqrt[n]{b}\,.\sqrt[n]{c}\,.\ldots.\sqrt[n]{d} = \sqrt[n]{a\,.\,b\,.\,c\,.\ldots.\,d} \;\wedge\; \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \text{ con } b \neq 0$$

Ejemplos:

$$\sqrt{5}\,.\sqrt[3]{5} = \sqrt[2.3]{5^{1.3}}\,.\sqrt[3.2]{5^{1.2}} = \sqrt[6]{5^3}\,.\sqrt[6]{5^2} = \sqrt[6]{5^3.5^2} = \sqrt[6]{5^5}$$

$$\sqrt[3]{a^2}\,.\sqrt[4]{a^3} = \sqrt[3.4]{a^{2.4}}\,.\sqrt[4.3]{a^{3.3}} = \sqrt[12]{a^8}\,.\sqrt[12]{a^9} = \sqrt[12]{a^8.a^9} = \sqrt[12]{a^{17}} = \sqrt[12]{a^{12}.a^5} = a.\sqrt[12]{a^5}$$

$$\frac{\sqrt[4]{7^3}}{\sqrt[6]{7^5}} = \frac{\sqrt[4.3]{7^{3.3}}}{\sqrt[6.2]{7^{5.2}}} = \frac{\sqrt[12]{7^9}}{\sqrt[12]{7^{10}}} = \sqrt[12]{\frac{7^9}{7^{10}}} = \sqrt[12]{\frac{1}{7}}$$

$$\frac{\sqrt[4]{b^3}}{\sqrt[5]{b^2}} = \frac{\sqrt[4.5]{b^{3.5}}}{\sqrt[5.4]{b^{2.4}}} = \frac{\sqrt[20]{b^{15}}}{\sqrt[20]{b^8}} = \sqrt[20]{\frac{b^{15}}{b^8}} = \sqrt[20]{b^7}$$

Actividades:

a) $\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{5}+2\sqrt{5}\right)=$

b) $\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{32}-\sqrt{128}\right)=$

c) $\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)^2=$

d) $(\sqrt{5}+\sqrt{27})\cdot\left(\sqrt{5}-\sqrt{27}\right)=$

e) $\left(\sqrt{7}+\sqrt{8}\right):\ \sqrt{3}=$

f) $\left(\sqrt{a^5b}-\sqrt{ab^3}\right):\ \sqrt{a}=$